

Nome:

Oscilador harmônico

Considere o oscilador harmônico (OH) unidimensional inicialmente preparado ($t = -\infty$) no estado fundamental $|0\rangle$ do hamiltoniano não perturbado $H^{(0)} = \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a}$, tal que $H^{(0)}|n\rangle = E_n|n\rangle$ com $E_n = n\hbar\omega$.

a. Através da expressão, $a_f(t) \approx \frac{1}{i\hbar} \int_{t_i}^{t_f} W_{fi} e^{i\omega_{fi}t} dt$, e do hamiltoniano perturbativo $W(t) = -e\mathcal{E}xe^{-t^2/\tau^2}$ (x é o operador posição do OH), aplicado entre $t = -\infty$ e $t = +\infty$, calcule a probabilidade de que o sistema esteja no estado excitado $|n\rangle$, especificando n , em $t = +\infty$. Analise o resultado.

b. Faça o mesmo para uma perturbação da forma $W(t) = \Lambda x^2 e^{-t^2/\tau^2}$.

Transição

Como primeiro exemplo consideramos uma variação lenta,

$$\hat{W}(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t < 0 \\ W_0(1 - e^{-\gamma t}) & \text{para } t \geq 0 \end{cases} ,$$

com $\gamma \ll \omega_{fi}$. Calcule a taxa de transição.

Alargamento por colisões

Em qual pressão o alargamento por colisões entre átomos de sódio no estado fundamental domina a largura da transição D_2 em temperatura ambiente. Aproxime o raio do átomo por $\rho \simeq a_B$ e compare a taxa de colisão com a largura natural da linha D_2 , que é $\Gamma/2\pi = 6$ MHz.

Densidade óptica de uma nuvem fria

A seção transversal de um átomo com a frequência de ressonância ω_0 se movendo com a velocidade v e irradiado por um feixe laser de frequência ω é,

$$\sigma(v) = \frac{6\pi}{k^2} \frac{\Gamma^2}{4(\omega - \omega_0 - kv)^2 + \Gamma^2} .$$

A distribuição de Maxwell uni-dimensional normalizada é,

$$\rho(v)dv = \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} e^{-mv^2/2k_B T} dv .$$

- Calcule o perfil de absorção da linha de ressonância de 461 nm ($\Gamma = (2\pi) 32$ MHz) de um gás de estrôncio resfriado até o limite Doppler ($k_B T_D = \hbar\Gamma$) desta transição.
- Calcule o perfil de absorção da linha de ressonância de 689 nm ($\Gamma = (2\pi) 7.6$ kHz) de um gás de estrôncio resfriado até o limite Doppler da transição de 461 nm.
- Compare as densidade ópticas em caso de ressonância.

Revisão: Forma matricial do operador de densidade

Considere um sistema sendo no estado $|\psi\rangle \equiv \alpha|1\rangle + \beta|2\rangle$. Escreva o operador de densidade na forma matricial. Verifique $\text{Tr } \rho = 1$. Verifique que o estado de superposição é um estado puro, isto é, $\rho = \rho^2$.

Revisão: Estados puros e misturas

Considere um sistema de dois níveis acoplados por um modo luminoso. O hamiltoniano pode ser escrito ($\hbar \equiv 1$),

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} 0 & \Omega \\ \Omega & \omega_0 \end{pmatrix} .$$

Agora considere dois casos: a. O átomo seja num estado de superposição, $|\psi\rangle = \alpha|1\rangle + \beta|2\rangle$ e b. o átomo seja numa mistura estatística de auto-estados, $\rho = \mu|1\rangle\langle 1| + \nu|2\rangle\langle 2|$. Para os dois casos calcule ρ , ρ^2 e $\langle \hat{H} \rangle$.

Revisão: Traço de um operador

O traço de um operador A é definido por $\text{Tr } A = \sum_n \langle n|A|n\rangle$.

- Mostre que o traço é independente da base escolhida!
- Mostre que $\text{Tr } AB = \text{Tr } BA$!
- Mostre que o estado singlet tem em cada base a forma seguinte: $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle - |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle)$!